Dirección General de Cultura y Educación

Buenos Aires LA PROVINCIA

Dirección General de Cultura y Educación

Subsecretaria de Educación

Dirección Provincial de Educación Primaria

Dirección de Gestión Curricular

"Mejorar los aprendizajes"

Área: MATEMÁTICA

Cálculo mental de sumas y restas. Propuestas para trabajar en el aula

Autor: Héctor Ponce

Coordinación: Andrea Novembre

Equipo técnico: María Mónica Becerril

Teresita Chelle

Patricia García

Héctor Ponce

Gloria Robalo

Inés Sancha

María Cecilia Wall

Andrea Novembre (coord.)

ÍNDICE

1- Presentación 3

2- Actividades orientadas al estudio, sistematización y ampliación de un repertorio aditivo 4

2.1- La construcción de un repertorio aditivo 4

Actividad 1: Suma de números iguales de una cifra 4
Actividad 2: Sumas y restas de 1 a otro número de una o dos cifras 6
Actividad 3: Sumas de dígitos 7
Actividad 4: Sumas que dan 10 8
Actividades para después de jugar 9
Actividad 5: Para trabajar en el cuaderno 9
Actividad 6: Restas que dan 10 11
Actividad 7: Sumas de múltiplos de 10 de dos cifras más un número de una cifra 11

2.2 La utilización de ciertos resultados numéricos conocidos para resolver otros cálculos 13

Actividad 1: Sumas de números redondos iguales 13
Actividad 2: Seleccionar y utilizar una cuenta para resolver otra 15
Actividad 3: Sumas de números redondos que dan 100 o 1000 16
Actividad 4: Sumar o restar 10 ó 100 a un número de dos o más cifras 16
Actividad 5: Sumar o restar un múltiplo de 10 a un número de dos o más cifras 19
Actividad 6: Conocer el resultado de las restas asociadas a una suma 20

3- Actividades orientadas a la búsqueda de un resultado aproximado 22

Actividad 1: Establecer en qué rango numérico va a estar el resultado de una suma o una resta 23
Actividad 2: Seleccionar un resultado entre varios que se ofrecen 25
Actividad 3: Calcular un resultado aproximado 26
Actividad 4: Decidir sobre el resultado de un cálculo en los primeros grados. 27
Actividad 5: Completar un cálculo con ciertas condiciones en los primeros grados 27

4- Relaciones entre las estrategias de cálculo mental de sumas y restas y los algoritmos de cálculo más convencionales 28

El repertorio como punto de apoyo en el trabajo hacia los algoritmos convencionales 29
El repertorio como punto de apoyo en el trabajo con los algoritmos convencionales 32

5- Bibliografía 35

- Presentación

El material que se propone a continuación constituye un recorte, referido a la suma y a la resta, de un proyecto de trabajo más amplio de cálculo mental con las cuatro operaciones[1].

Conscientes de la importancia de que el cálculo mental –incluso el referido a sumas y restas- sea abordado también más allá de los primeros años de la escuela primaria, hemos incluido actividades correspondientes tanto al primer ciclo como al segundo. Sin embargo, decidimos seleccionar para los apartados iniciales de este documento aquellas propuestas más asociadas a los primeros aprendizajes, con una doble intención: explicitar algunas de las relaciones entre el trabajo con cálculo mental de sumas y restas y los algoritmos correspondientes a esas operaciones (cuya enseñanza es patrimonio indudable del primer ciclo) y, a la vez, presentar cierto análisis sobre estas actividades que permita establecer criterios para continuarlas en el segundo ciclo.

Hemos intentado comunicar también el tipo de actividad matemática a propiciar en el aula. Creemos que el trabajo vinculado al cálculo mental es una buena oportunidad para los niños de asomarse a tareas donde deben tomar decisiones sobre las estrategias a desarrollar ya que en general existen varias alternativas posibles de resolución y, al mismo tiempo, deben decidir sobre la validez o no de los procedimientos utilizados.

Sabemos que el trabajo con cálculo mental es una tarea desafiante para los docentes desde el punto de vista de la enseñanza. No sólo porque les demanda el seguimiento de diversos razonamientos de los alumnos ante una misma situación, sino que además implica un trabajo sostenido que debe pensarse siempre en el mediano y largo plazo. Sin embargo, creemos que este esfuerzo bien vale lo que cuesta por la calidad de los aprendizajes que alienta en los niños.

Esperamos que este material resulte provechoso a los maestros que asumen cotidianamente el costo de este desafío.

---

1 Para un desarrollo más amplio sobre cálculo mental es posible consultar Dirección General de Cultura y Educación. Provincia de Buenos. Aires. (2009): Cálculo mental y algorítmico. Mejorar los aprendizajes. Disponible en: http://abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/default.cfm

2- Actividades orientadas al estudio, sistematización y ampliación de un repertorio aditivo

2.1- La construcción de un repertorio aditivo

El trabajo en torno a la resolución de problemas brinda la oportunidad de que desde 1º año los alumnos se vayan apropiando de diversas estrategias de cálculo mental. En un primer momento, estos problemas –que pueden estar referidos a algún contexto en particular o bien consistir directamente en la resolución y análisis de ciertos cálculos- apuntan al reconocimiento por parte de los niños de aquellas sumas y restas que se les presentan como relativamente fáciles de resolver ya sea porque tienen memorizados sus resultados o bien porque consideran accesible su memorización.
Llamamos *repertorio aditivo* a esa colección de sumas y restas que los niños van aprendiendo progresivamente y que tienen disponible en memoria para su aplicación.
Nos proponemos a continuación, analizar algunas actividades que favorecen su adquisición.

Actividad 1: Suma de números iguales de una cifra

Se necesita un mazo de cartas españolas. Se utilizan solo las cartas del 1 al 9.
Se juega de a 4 participantes.
Por turnos cada chico da vuelta una carta del mazo. El primero que dice el doble del número que tiene la carta, se la lleva. Al finalizar el mazo, el que más cartas tiene, gana el juego.

Es posible que ciertas cartas resulten fáciles desde las primeras rondas del juego para algunos niños. Así, por ejemplo, si sale un 1 o tal vez un 5 haya quienes no tengan problemas en "cantar" los dobles de esos números. Sin embargo, para otros alumnos incluso estas cartas puedan plantear una situación de cierta complejidad a resolver.

Más allá de que algunos niños ya tengan disponibles ciertos resultados, no se espera que todos, ni siquiera la mayoría, disponga de esas sumas antes de comenzar el juego. El propósito de esta actividad es, justamente, generar condiciones para que todos puedan aprenderlas.

Una manera de encontrar los dobles de aquellas cartas cuya suma se desconoce, puede ser contar sobre la configuración de la carta en cuestión, ya sea tanto comenzando desde 1 y "pasando" dos veces por cada uno de los elementos que componen la constelación[2] de la carta, o bien contando una vez cada uno de los palos a partir del número que la carta indica.

Luego de algunas rondas de juego, es importante que el docente organice un momento de trabajo colectivo donde se pueda conversar sobre lo realizado y analizar entonces qué cartas –y por lo tanto qué cálculos- se resuelven muy rápidamente. En efecto, si bien el conteo es una estrategia que puede resultar exitosa, la condición de decir el doble antes que los demás compañeros hace que la estrategia más efectiva sea ir recordando los resultados. Es una buena oportunidad entonces para que como fruto del análisis realizado queden identificadas las cuentas que aparecieron en la partida y de ellas las que ya "se tienen en la cabeza." En este caso, los cálculos que se forman con el mazo indicado son los siguientes:

1 + 1	4 + 4	7 + 7
2 + 2	5 + 5	8 + 8
3 + 3	6 + 6	9 + 9

La elaboración de un cartel que pueda mantenerse expuesto en el salón a la vista de los niños para futuras partidas puede ser un buen recurso a desarrollar por el maestro. La utilización de esta lámina tiene varios propósitos simultáneos. Por un lado, permite a los niños reconocer cuáles son las cuentas que ya saben y cuáles las que van adquiriendo - ayudar a los niños a darse cuenta de sus progresos es siempre un recurso poderoso para alentarlos hacia nuevos aprendizajes-. Por otro lado, permite al maestro comunicar que este aprendizaje va a ser un "asunto" a tratar durante algunas clases, por esa razón momentáneamente la consulta de las sumas que no se recuerden es posible. Pero sobre todo, permite al maestro hacer visible ante sus alumnos qué es lo que espera que ellos aprendan: un conjunto de resultados de sumas que en principio van a motorizar el desarrollo de un juego de cartas, pero que están en la perspectiva de poder ser usadas en otras situaciones que desborden ampliamente ese contexto.

2 Llamamos constelación al dibujo que forman los palos en cada una de las cartas. Como el lector sabe, para cada número, la organización de los elementos que forman las imágenes de las cartas es la misma en todos lo s palos que componen el mazo.

En esta actividad la configuración del mazo es una característica a considerar. En efecto, las cartas comunes con la configuración convencional permiten estrategias de conteo como las que mencionamos. En cambio, si las cartas tuvieran solo los números, esta estrategia estaría bloqueada. Modificar o no el mazo luego de algunas clases puede ser entonces una decisión del maestro en función de los objetivos que se proponga.

Actividad 2: Sumas y restas de 1 a otro número de una o dos cifras

Las actividades de cálculo mental pueden tener formatos diferentes. En algunos casos puede tratarse de juegos que reúnan ciertas condiciones, en otros, ser el análisis o la sistematización de cierta estrategia que se propone o también, entre otras posibilidades, ser el estudio de un conjunto de cálculos como en el caso que se presenta a continuación.

Resolvé los siguientes cálculos, después comprobá tus resultados con la calculadora.

7 + 1 =	4 – 1 =
8 + 1 =	6 – 1 =
4 + 1 =	9 – 1 =
18 + 1 =	13 – 1 =
23 + 1 =	21 – 1 =
31 + 1 =	34 – 1 =

En esta actividad se presenta una gran cantidad de sumas y restas similares. El propósito de la reiteración sostenida de estos cálculos es llamar la atención de los niños sobre cierta regularidad: en este caso se trata de que sumar o restar 1 es encontrar el siguiente o el anterior del número dado. Este conocimiento, que puede parecer trivial para quienes ya manejan ciertas relaciones de cálculo, es para los niños de 1º año un descubrimiento importante y un conocimiento poderoso porque les permite –como lentamente lo van permitiendo todas sus herramientas de cálculo-desechar las estrategias de conteo. En efecto, pasar del conteo al cálculo es uno de los pasos importantes a dar en el primer ciclo e implica abandonar estrategias donde se tiene en cuenta el total de los elementos a partir de considerarlos de uno en uno, para trabajar con grupos de elementos. Este cambio demanda a los niños entre otras cosas, la necesidad de confiar que el resultado del cálculo (si el cálculo está correcto) es la cantidad elementos que se busca aunque no se hayan contado. Hay en este hecho un aspecto

anticipatorio inherente a la actividad matemática.

El esquema de la actividad podría resumirse de la siguiente manera: resolución de cálculos, identificación de cierta regularidad, discusión y análisis colectivo de los hallazgos y registro de ese conocimiento en carteles en el aula y/o los cuadernos de clase. En este caso también, como en la actividad anterior ya analizada, la exposición sostenida de los resultados es un rasgo esencial de la tarea.

Actividad 3: Sumas de dígitos

Para realizar esta actividad la clase se organiza en parejas. La maestra reparte un cuadro como el que se muestra más abajo a cada uno de los niños (el mismo a todos). Cada pareja necesita una calculadora.

Cálculo	Resultado
3 + 1 =	
8 + 5 =	
6 + 0 =	
9 + 7 =	
8 + 6 =	
1 + 7 =	
5 + 8 =	
6 + 9 =	

Uno de los niños calcula mentalmente y el otro utiliza la calculadora. Las cuentas deben realizarse de a una a la vez comenzando los dos niños al mismo tiempo. Cada uno debe anotar el resultado correcto en su cuadro, el que resuelve primero y correctamente, gana un punto.

Un análisis colectivo sobre las cuentas que se resolvieron más rápido mentalmente que con la calculadora permitirá a los niños ir reconociendo cuáles son los cálculos que ya saben de memoria. En este caso posiblemente 6 + 0, 3 + 1 y 1 + 7 sean señaladas como "cuentas fáciles" para las que no se requiere la calculadora. La selección de las sumas que se proponen es una variable que el maestro puede manejar, ya sea tanto para plantear más cálculos que podrían incorporarse a los que se dominan, como para ofrecer nuevas oportunidades de practicar aquellos que todavía necesitan afianzarse.
Aquí también identificar los cálculos que ya se saben y anotarlos en un cartel es muy importante. La intención es que en sucesivas pasadas del juego, se incorporen nuevas cuentas a esa lámina.

<u>Actividad 4:</u> Sumas que dan 10

Se necesita un mazo de cartas españolas. Se utilizan solo las cartas del 1 al 9.

Se juega en parejas. Se reparten 3 cartas a cada pareja y se colocan, al iniciar el juego, cuatro más boca arriba sobre la mesa. Por turnos, cada pareja debe tirar una carta. Si la que tira sumada a alguna de las que están en la mesa da 10, se lleva ambas. En cambio, si no suma 10 con ninguna, queda en la mesa para poder ser utilizada en futuras rondas. Si alguno de los participantes tira una carta creyendo que no sumaba 10 con ninguna de las de la mesa y la otra pareja advierte un error, puede "soplar" esas cartas y llevarlas al propio pozo. Al finalizar el mazo, la pareja que más cartas tiene gana.

En esta actividad se ponen en juego sumas de la forma

1 + 9 = 10
2 + 8 = 10
3 + 7 = 10
4 + 6 = 10
5 + 5 = 10

Los niños pueden utilizar diferentes estrategias para jugar. Por ejemplo, pueden contar a partir de tener una carta y fijarse si con alguna de las que están en la mesa llegan a 10 contando los palos de las cartas o bien utilizando los dedos. También es posible que conozcan alguna de las sumas de memoria y en ese caso no necesiten ir probando. En un mismo grupo de niños seguramente aparezcan procedimientos distintos, incluso un mismo niño puede alternar diferentes recursos según las cartas que vayan apareciendo. La heterogeneidad en los conocimientos infantiles sobre este tema durante el desarrollo del juego es un punto interesante porque permite que durante la partida en el interior de cada grupo, los mismos niños atiendan, comenten y controlen entre ellos qué cartas suman 10. Además da herramientas al maestro para que en un posterior momento de análisis colectivo se vaya haciendo público que hay cartas con las que se sabe "muy rápido" si se pueden levantar o no.

Decimos que esta heterogeneidad es un punto interesante porque aquí tampoco se espera que los niños ya sepan esas sumas de memoria para poder asomarse a esta actividad, sino que a partir de jugar varias veces y

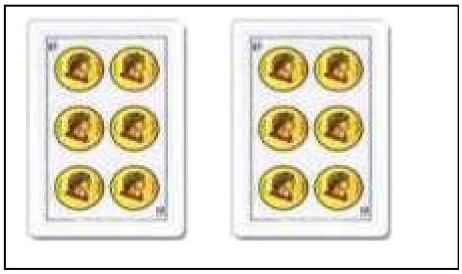
reflexionar sobre el juego puedan incorporar estos resultados y sistematizarlos con la ayuda del maestro.

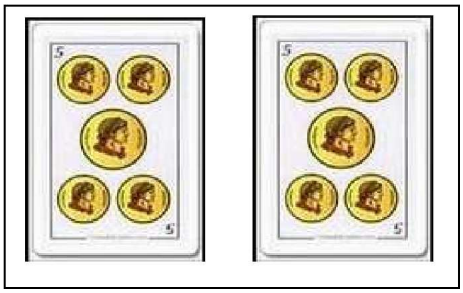
Actividades para después de jugar

Luego de jugar en varias oportunidades, de identificar qué sumas aparecen e ir estableciendo que algunas empiezan a ser fáciles porque se están aprendiendo de memoria, el maestro puede organizar otras actividades que mantienen el formato del juego pero que se realizan de manera individual en el cuaderno de clases. La intención aquí es brindar a los niños nuevas oportunidades de pensar sobre las sumas con las que trabajaron, sistematizar esos conocimientos y eventualmente utilizarlos en nuevas partidas del juego.

Actividad 5: Para trabajar en el cuaderno

a) Estas son algunas de las parejas de cartas que formó Nicolás en el juego. Revisá si todas son correctas.





b) Cuando repartieron las cartas a Ana le tocaron las siguientes. Dibujá la que necesita en cada caso para poder levantarla de la mesa.

c) En la mesa hay estas cuatro cartas

Y Juan tiene estas tres cartas en su mano.

¿Va a poder levantar alguna? Dibujá las parejas de cartas que puede formar.

<u>Actividad 6:</u> Restas que dan 10.

En este caso se trata de que los niños realicen cálculos sin ningún contexto y que las características de los números involucrados y los resultados obtenidos sean motivo de reflexión.

Realizá las siguientes restas.

19 – 9 =
18 – 8 =
17 – 7 =
16 – 6 =
15 – 5 =
14 – 4 =
13 – 3 =
12 – 2 =
11 – 1 =
10 – 0 =

Se espera que los comentarios a propósito de esta actividad giren en torno a que estas cuentas son fáciles porque –como suelen plantear los niños- "te ayuda decir los números. Si a dieciocho le sacás ocho, te quedan diez." Si bien la relación entre ciertos cálculos y la numeración oral no es tan clara en todos los casos (por ejemplo, once menos uno no informa que quedan diez) ésta suele ser una herramienta válida a la que recurren los niños y puede servir como punto de apoyo para operar. Nos referiremos a este aspecto en particular en la actividad que presentamos a continuación.

<u>Actividad 7:</u> Sumas de múltiplos de 10 de dos cifras más un número de una cifra.

En esta actividad se ponen en juego cálculos del tipo 30 + 4, 80 + 2, 40 + 5, etc.

La docente dispone de una calculadora y juega contra toda la clase que está organizada en equipos de 4 integrantes. La maestra anuncia que va a escribir una cuenta en el pizarrón y que la va a resolver con la calculadora. Los niños deberán hacerlo mentalmente o escribiendo el cálculo convencional. Si la maestra encuentra el resultado antes que los niños gana un punto, por el contrario si los niños resuelven el cálculo antes que su maestra, el punto es para ellos.

El uso de la calculadora en este juego es un recurso que evidentemente la maestra no necesita para resolver las operaciones que se van a trabajar. Su

inclusión se justifica en el desafío que implica para los niños enfrentarse a semejantes oponentes. En efecto, desde el punto de vista de quien está aprendiendo a calcular, sumar más rápido que la maestra es ya una tarea ardua, casi imposible. Si además la maestra tiene calculadora, las oportunidades de éxito parecen aún más remotas.

Sin embargo, se trata de que la maestra seleccione cuidadosamente los cálculos que propone. Así, por ejemplo si plantea 17 + 38 para primero o segundo año, los niños difícilmente encuentren la respuesta antes que ella, pero si en cambio propone 30 + 4, es muy posible que algunos de sus alumnos pueda dar una respuesta aún cuando la docente no haya terminado de teclear (de manera pausada intencionalmente) esa suma en la calculadora.

En las cuentas a las que nos estamos refiriendo en esta actividad (40 + 5, 30 + 2,10 + 8, etc.) la designación oral de los números involucrados "da pistas" del resultado que se busca. Cuarenta más cinco es cuarenta y cinco, treinta más dos es treinta y dos, etc[3]. El funcionamiento de la numeración oral en relación a las operaciones involucradas en la designación de un número es muy irregular[4]. Sin embargo, específicamente en el caso que estamos tratando, en la designación se mencionan los números involucrados y la conjunción "y", que lingüísticamente representa la adición. En definitiva entonces, enunciar estas cuentas es prácticamente nombrar sus resultados.

A medida que la maestra va proponiendo los cálculos los escribe en el pizarrón y marca en qué casos ganaron los chicos y en cuáles ganó ella. Luego de varias rondas es interesante interrumpir el juego para pasar a analizar las cuentas. Se trata en ese momento de llamar la atención de los bien ya los saben, o bien se pueden averiguar "escuchando" la cuenta y eso es lo que les permite ganar en el juego.

---

3 En algunos números su designación es mucho más opaca y no ofrece rastros tan claros de su filiación. Por ejemplo, diez más uno es once, diez más cinco es quince, etc. En términos generales podemos decir que los números que van del 11 al 15 inclusive no recuperan la designación "diez + un número del uno al nueve", cosa que sí ocurre a partir del dieciséis. A su vez, mientras treinta, cuarenta, cincuenta, etc. retoman los nombres de tres, cuatro y cinco respectivamente, en el diez no se rescata la designación de uno y en el veinte no hay pistas del dos. Por esa razón si el énfasis en la actividad en un primer momento está c entrado en que las cuentas son fáciles porque "el número te lo dice" sería importante que algunas cuentas con los números mencionados en estos ejemplos sean desechad as por el docente porque el número "dice" mucho menos.

4 Si bien no podemos hacer aquí un análisis detalla do del funcionamiento de la numeración oral, digamos que en la designación de un número la yuxtaposición de palabras implica siempre una operación aritmética. En algunos casos se trata de una suma, como por ejemplo ochenta y cinco: 80 + 5. En otros, de una multiplicación, por ejemplo tres mil: 3 × 1000. En la mayoría de los casos estas dos operaciones aparecen combinadas entre sí, por ejemplo, tres mil ochenta y cinco (3 × 1000 + 80 + 5). Un análisis minucioso de l funcionamiento de la numeración oral puede leerse en Lerner, Sadovsky y Wolman (1994) y Ponce y Wolman (2009).

La maestra puede entonces agregarlas al conjunto de las que en ese grupo ya son consideradas "fáciles" y están expuestas en algún lugar visible de la clase y proponer también la escritura de alguna conclusión sobre lo aprendido. Por ejemplo, *algunas sumas son fáciles porque el resultado "te lo dicen" los números.* O bien, *Hoy aprendimos que hay cuentas que hacemos más rápido que la calculadora,* etc.

En esta primera parte hemos comentado algunas actividades más cercanas a los primeros grados de la escolaridad. La intención ha sido mostrar que desde muy pequeños los niños pueden enfrentar propuestas que les permiten construir un conjunto de resultados memorizados. Tener disponibles los resultados de ciertos cálculos no es una idea nueva. Históricamente en la escuela ha sido – y sigue siendo- explícita la intención de que los niños aprendan y memoricen los resultados de ciertos productos, que usualmente señalamos como "las tablas de multiplicar." Se trata aquí, de que los alumnos a lo largo del primer ciclo retengan progresivamente el resultado de ciertas sumas y restas a partir de un trabajo sostenido de búsqueda de regularidades y reflexión sobre los procedimientos empleados. Se trata también de que este repertorio funcione como insumo para hacer otros cálculos más trabajosos o con números más grandes. El empleo de un conjunto inicial de cálculos para abordar otros más complejos será el tema que trataremos a continuación.

2.2 La utilización de ciertos resultados numéricos conocidos para resolver otros cálculos

Actividad 1: Sumas de números redondos iguales

El trabajo con sumas de números iguales de una cifra[5], permite que los niños extiendan ese conocimiento a sumas del tipo 30 + 30, 40 + 40, etc. Una actividad posible para centrar el análisis en esta relación en 2º año puede ser la siguiente:

a) *Completá el siguiente cuadro*

5 Ver actividad 1 de la primera parte de este documento.

Saber estas cuentas...	permite resolver estas otras
1 + 1 = 2	10 + 10 =
2 + 2 = 4	20 + 20 =
3 + 3 = 6	30 + 30 =
4 + 4 = 8	40 + 40 =
5 + 5 = 10	50 + 50 =
6 + 6 = 12	60 + 60 =
7 + 7 = 14	70 + 70 =
8 + 8 = 16	80 + 80 =
9 + 9 = 18	90 + 90 =

b) *Usando los resultados del cuadro anterior Juan escribió estas cuentas. ¿Qué otras similares podría escribir?*

100 + 100 = 200
200 + 200 = 400
300 + 300 = 600

Para que los niños puedan realizar esta actividad tal vez sea necesario que el maestro acompañe la consigna con algunas explicaciones. El énfasis de la propuesta como puede verse, no es tanto la búsqueda de algunos resultados, sino el establecimiento de relaciones entre ciertos cálculos a partir de las características de nuestro sistema de numeración.
Usar el resultado de un cálculo para encontrar el de otro es una actividad que requiere no solo el empleo de una relación, sino además la identificación de qué tipo de cálculos se trata en uno y otro caso. La pregunta "¿Qué otras cuentas similares podrían escribirse?" puede ser exigente para los niños porque les demanda comprender el significado que la palabra "similares" encierra en esta consigna. Seguramente, éste sea un aspecto a considerar por el docente durante el desarrollo del trabajo.

Al finalizar la tarea es importante registrar algunas conclusiones sobre el trabajo realizado. Algunas de ellas en términos para los niños, podrían ser como las siguientes:

- Saber el resultado de una cuenta sirve para averiguar el resultado de otra parecida.
- Hay cuentas con números grandes que son fáciles porque son como otras con números chicos.
- Si no sabés el resultado de una cuenta te podés fijar en alguna que ya sepas para ver si te ayuda.

Estas expresiones resaltan más el hecho de poder usar el resultado de una cuenta para conocer el de otra, estrategia que puede ampliarse a otros conjuntos de cálculos como mostraremos en todo este apartado.

Otras conclusiones podrían ajustarse más a los números con los que se trabajó, manteniendo de todos modos un espíritu de generalización. Por ejemplo:

- Para hacer cuentas como 20 + 20 ó 30 + 30 podemos usar 2 + 2 ó 3 + 3, que ya los sabemos.
- Sumar 4+ 4 es parecido a sumar 40 + 40 ó 400 + 400.

Mencionar unos números en particular no significa que la conclusión se refiera solo a ellos, ni que haya que escribir todos los casos para que quede claro a cuáles se está haciendo referencia. En muchas oportunidades, un caso particular puede ser tratado como un representante de un grupo de casos, como un ejemplo genérico. Posiblemente pueda acordarse con los niños que escriban esos números en la conclusión para que no quede tan larga, pero que esa idea también sirve para otros números.

<u>Actividad 2:</u> Seleccionar y utilizar una cuenta para resolver otra

Esta actividad amplía el trabajo que se plantea en la propuesta anterior. Se trata ahora de identificar no solo que los dobles de números de una cifra sirven para calcular otros dobles, sino que también pueden utilizarse para otros cálculos e incluso para la resta. Por ejemplo, para 2º año se puede ofrecer la siguiente consigna:

a) Señalá qué cálculo de los que aparecen en la columna de la izquierda sirve para resolver los de la columna de la derecha.

b) Escribí los resultados que faltan.

8 – 1 = 7
30 + 30 = 60
10 + 10 = 20
6 + 4 = 10
4 – 1 = 3
6 + 6 = 12
7 + 8 = 15
15 + 5 = 20

60 + 40 =
100 + 100 =
80 – 10 =
150 + 50 =
70 + 80 =
600 + 400 =
300 + 300 =
700 + 800 =
600 + 600 =
400 – 100 =

Una diferencia respecto de la actividad anterior es que allí la relación entre las dos cuentas –la que está resuelta y la que debe resolverse- ya está señalada en la tarea. Por ejemplo, 1 + 1 sirve para 10 + 10. En esta oportunidad son los niños los que deben decidir cuál de las cuentas ya hechas sirve para las que hay que resolver.

Actividad 3: Sumas de números redondos que dan 100 o 1000

A partir del trabajo realizado con sumas que dan 10[6], se puede proponer a niños de 2º ó 3º año inventar y analizar sumas de números redondos que den 100 y 1000 con un esquema similar a la actividad anterior. Por ejemplo:

Completá el cuadro inventando cuentas para cada columna. Comprobá los resultados con calculadora

SUMAS QUE DAN 10	SUMAS QUE DAN 100	SUMAS QUE DAN 1.000
3 + 7 = 10	30 + 70 = 100	300 + 700 = 1000
6 + 4 = 10	60 + 40 = 100	600 + 400 = 1000

Actividad 4: Sumar o restar 10 ó 100 a un número de dos o más cifras

Las sumas y restas de 1 a otro número de una o dos cifras pueden ser un insumo para realizar sumas o restas de 10 a un número de dos o más cifras. Es decir, cuentas del tipo 8 + 1 ó 7 – 1 pueden servir como base para cálculos como 83 + 10 ó 753 – 10. Muchas analogías, como sumar o restar 1 y sumar o restar 10 o la que puede establecerse entre sumar dobles tales como 2 + 2 y 20 + 20 son factibles gracias a la organización de nuestro sistema de numeración.

En efecto, en nuestro sistema de numeración es posible operar con las cifras que componen dos o más números independizándolas momentáneamente de su valor de posición siempre que todas ellas correspondan al mismo orden de unidades. Por ejemplo, sumar decenas con

6 Ver actividad 2 en la primera parte de este documento

decenas, centenas con centenas, etc. Se trata en esos casos de un "cambio de escala" de la suma. Así, las cuentas 20 + 20 y 200 + 200, se relacionan en el hecho de que en ambos casos el resultado es 4, en uno se trata de 4 unidades de 10 y en el otro de 4 unidades de 100. La relación entre sumar 1 y sumar 10 que nos ocupa en esta actividad se basa en el mismo principio: sumar o restar a un número dado una unidad del mismo orden. En 8 + 1 se suma una unidad de 1 a ocho unidades de 1 y en 83 + 10 se suma una unidad de 10 a ocho unidades de 10.

Esta explicación –que no está destinada a los niños- permite mostrar algunos aspectos de las estrechas relaciones entre la organización del sistema de numeración y el funcionamiento de las operaciones.

Completá el siguiente cuadro utilizando la calculadora

Restar 10		Sumar 10
	84	
	32	
	58	
	76	
	176	
	234	
	186	
	403	
	139	
	192	

Completá el siguiente cuadro utilizando la calculadora

Restar 100		Sumar 100
	256	
	206	
	176	
	234	
	186	
	403	
	139	
	192	

Hemos comentado en actividades anteriores el interés de que haya varios cálculos similares y su relación con el establecimiento por parte de los niños de algunas regularidades al analizar los resultados obtenidos, regularidades que la calculadora permite encontrar rápidamente.

En este caso en particular se trata de considerar cómo cambia la cifra de las decenas o de las centenas según se esté sumando o restando 10 ó 100. Al realizar actividades donde se estudia esta característica, los niños suelen establecer, bajo la gestión del maestro, conclusiones en los siguientes términos:

- *Si sumás o restas 10 a un número, el de atrás queda igual.*
- *Si sumás o restás 10 a un número de 2 cifras, cambia el de adelante.*
- *Si sumás o restas 10 a un número de 3 cifras, cambia el de los dieces.*

O más precisamente:

- *Si sumás o restás 10 a un número de 3 cifras, el de los dieces cambia en 1 y los demás quedan igual.*
- *Si sumás 10 a un número de 3 cifras que tiene 9 en el lugar de los dieces, cambia también el de los cienes, el de los dieces cambia a 0 y el de atrás queda igual.*
- *Etc.*

La escritura de las conclusiones suele ser un momento complejo para los alumnos por varias razones. Una de ellas está relacionada con cierta idea establecida en los niños de que en Matemática no se produce texto, solo se resuelven problemas y cálculos. Otra de las razones tiene que ver con la exigencia de poner en palabras lo que hasta ese momento ha sido un conocimiento utilizado de manera implícita. Una causa más es también lo engorroso que puede resultar elaborar un texto que incluya todos los casos estudiados. En la actividad que presentamos, resulta relativamente sencillo producir una conclusión para cálculos donde no hay nueves en las decenas ni en las centenas, pero escribir una explicación en la clase sobre lo que ocurre al realizar cuentas del tipo 294 + 10, es muy espinoso. Sin embargo, estos casos no pueden excluirse porque su análisis resulta sumamente interesante para las relaciones que se están tratando.

La escritura de las conclusiones puede ser también una tarea ardua para el maestro. Usualmente se trata de un fragmento colectivo de la clase donde es importante – y difícil- retener la atención de los niños para que participen

en la elaboración del texto. A su vez, las primeras explicaciones que ofrecen los alumnos suelen necesitar de cierta revisión y reformulación en un discurso articulado que es responsabilidad del docente. La escritura y reescritura con los niños de lo que finalmente será el texto elaborado demanda cierto tiempo y genera la sensación de que momentáneamente la clase está suspendida mientras que el maestro necesita "hacer avanzar" el tiempo.

Más allá de las dificultades, creemos que la escritura de las conclusiones son situaciones provechosas. No solo son ocasiones de pasar en limpio el trabajo realizado, sino que son también nuevas oportunidades para los alumnos de comprender y explicitar aquello que se estuvo tratando. Digamos también que estamos imaginando las conclusiones como un momento de fuerte negociación entre niños y maestro. Una negociación que permite al docente aceptar conclusiones provisorias o parciales -que se irán mejorando en sucesivas "pasadas" sobre esos contenidos- y a los niños, animarse a buscar las explicaciones de sus procedimientos y a revisarlos a la luz de los nuevos conocimientos que van elaborando.

<u>Actividad 5:</u> Sumar o restar un múltiplo de 10 a un número de dos o más cifras

Como una extensión del trabajo con las sumas y restas entre un número y 10, es posible proponer a los alumnos cálculos como los que se presentan en la siguiente actividad.

Calculá mentalmente

a) 34 + 20 =
b) 45 + 30 =
c) 124 + 40 =
d) 265 – 30 =
e) 173 – 40 =
f) 395 – 80 =

Una forma posible de resolver estos cálculos, en el caso de la suma, es ir agregando tantos dieces como tenga el sumando:

34 + 20 = 34 + 10 + 10
= 44 + 10 = 54

El mismo procedimiento es posible con la resta, quitando dieces:

53 – 30 = 53 – 10 – 10 –
10 = 43 – 10 - 10
= 33 – 10 = 23

Estos procedimientos se basan en un conteo -ascendente o descendente- de 10 en 10 a partir del minuendo o de uno de los sumandos según el caso. Esta estrategia que puede parecer bastante elemental, encierra cierta complejidad porque se trata, en realidad, de un doble conteo. Para averiguar el resultado con este recurso es preciso controlar a qué número se va llegando cada vez que se suma o se resta un 10 y al mismo tiempo, es necesario controlar cuántos dieces se van sumando o restando.

Otra alternativa es apoyarse en relaciones entre cálculos como los que estamos desplegando en este documento. Así, por ejemplo, para 34 + 20 es posible pensar que 3 + 2 = 5, entonces 30 + 20 = 50 y 34 + 20 = 54. O para 265 – 30 se puede considerar que 6 – 3 = 3, entonces 60 – 30 = 30 y de ahí 265 – 30 = 235. El único límite a esta estrategia es el caso en el que las decenas del minuendo son menores que las del sustraendo, por ejemplo, 218 – 30.

En este apartado estamos presentando actividades que permiten extender el conjunto de cálculos mentales que dominan los niños. La idea básica es –ya lo hemos mencionado- que la identificación de ciertos cálculos y el conocimiento de sus resultados permiten resolver otros que no se conocen.

En las actividades analizadas hasta aquí hay un fuerte apoyo en el funcionamiento del sistema de numeración, las que proponemos a continuación se basan además, en algunas propiedades de las operaciones. Se espera que en un comienzo, los niños hagan un uso intuitivo de las mismas, sin que sea necesario identificarlas ni estudiar su funcionamiento.

<u>Actividad 6:</u> Conocer el resultado de las restas asociadas a una suma

a) Resolvé los siguientes cálculos usando la calculadora

21 + 7 =	28 – 7 = 28 – 21 =
35 + 6 =	41 – 35 = 41 – 6 =
83 + 12 =	95 – 12 = 95 – 83 =
74 + 23 =	97 – 74 = 97 – 23 =

b) Usando los cálculos de la columna de la izquierda ¿podés decir cuál es el resultado de estas restas?

35 + 12= 47	47 – 12 = 47 – 35 =
28 + 15= 43	43 – 28 = 43 – 15 =
38 + 21=	59 – 21 = 59 – 38 =
77 + 28= 105	105 – 28 = 105 – 77 =

c) *Usando los resultados de la columna de la izquierda, escribí dos restas para cada uno de los cálculos.*

25 + 38 = 63	
33 + 49 = 82	
44 + 78 = 122	
56 + 83 = 139	

En la parte a), se incluye el uso de la calculadora porque el objetivo no es tanto que los niños encuentren los resultados de los cálculos dados, sino que establezcan relaciones entre ellos. Como en otras actividades que ya hemos comentado, la intención de que haya varios cálculos similares apunta a que sea posible establecer cierta regularidad: si se conoce el resultado de una suma, es posible saber el resultado de las dos restas asociadas a ella.

En la parte b) se ofrecen las sumas resueltas y se pide que se averigüe el resultado de las restas asociadas sin el uso de la calculadora. La intención aquí es que sea el uso de la relación quien exima de hacer el cálculo y no la calculadora.

En la parte c) se ofrecen también las sumas, pero se agrega el hecho de que son los niños los que deben producir las restas vinculadas a ellas.

Nuevamente, el análisis del trabajo realizado y el registro de las conclusiones brindan a los niños la oportunidad de hacer explícitos los conocimientos que pusieron en juego.

Finalmente, digamos que con los números que utilizamos como ejemplo la actividad podría plantearse a niños de 2º o 3º año, pero si se aumenta el rango numérico una propuesta similar podría ofrecerse a niños más grandes.

3- Actividades orientadas a la búsqueda de un resultado aproximado

En el marco de un trabajo amplio de cálculo mental con sumas y restas, las actividades donde se requiere encontrar un resultado aproximado aportan algunos aspectos específicos y requieren también de ciertas consideraciones particulares.

Estimar el resultado de una operación es encontrar una respuesta que sea razonablemente cercana a la que se obtendría si esa operación se realizara[7]. Este proceso implica cierta aproximación al resultado exacto. Aproximación que se obtiene a partir de evaluar los números que se están tratando y realizar ciertas modificaciones para convertir el cálculo original en otro más sencillo que pueda resolverse mentalmente.
Esta tarea puede resultar particularmente compleja para los niños por diversas razones. Una de ellas puede asociarse a la mayor o menor disponibilidad de ciertos recursos de cálculo mental. Para que ciertas sumas o restas sean "sencillas" es necesario que o bien esos resultados estén memorizados, o bien puedan alcanzarse con unas estrategias sobre las que ya se tiene cierto dominio.

A su vez, otra de las razones que vuelve ardua este tipo de propuestas es el hecho de que los niños suelen rechazar las actividades de estimación, aún cuando se explicite que se busca una respuesta aproximada. Posiblemente el intenso y sostenido trabajo con resultados exactos en el terreno del cálculo haga pensar a los niños que ofrecer respuestas como "más o menos

[7] Sin duda la consideración de lo que significa "razonable" es completamente relativa, entre otros factores, a los números involucrados, a las técnicas de cálculo dis ponible, al tipo de tarea solicitada, etc.

320" o "cerca de 5000" sea un recurso al que no es posible apelar o al que se acude solo para dar respuestas parciales o de menor jerarquía.

Otro aspecto a considerar sobre la enseñanza de la estimación es que en muchas ocasiones el argumento con el que se sostiene su inclusión en la currícula está basado en su utilidad en la vida diaria. Es cierto que cotidianamente realizamos estimaciones al interactuar con nuestro entorno, sin embargo creemos que no es esa la principal razón para introducir este tema en una propuesta curricular. Hay algunos argumentos más cercanos a cierto tipo de trabajo matemático a instalar en las aulas que nos parecen interesantes y que apuntan por un lado, a que la estimación alimente los recursos de control de los algoritmos de cálculo más o menos convencionales. Es decir, el hecho de "tener a mano" ciertas estrategias que permitan anticipar el resultado aproximado de una operación es un instrumento potente para controlar una cuenta con la que se obtiene un resultado exacto. Por otro lado, la riqueza de relaciones que es posible establecer al realizar una aproximación, las relaciones puestas en juego, las decisiones que implica y la evaluación de la razonabilidad de los resultados que se obtienen son en sí mismas razones suficientes para desplegar este tipo de tarea en el aula.

En este apartado trataremos de analizar algunas de estas cuestiones, considerando que es posible ofrecer a los niños situaciones de enseñanza para que progresen en sus posibilidades de estimación.

<u>Actividad 1:</u> Establecer en qué rango numérico va a estar el resultado de una suma o una resta

Sin hacer las cuentas decidí entre qué números va a estar el resultado de cada uno de los siguientes cálculos.

	Entre 0 y 500	Entre 500 y 1000	Más de 1000
418 + 395			
254 + 221			
845 + 435			
975 – 837			
1248 – 117			

En esta caso se trata de decidir en qué rango va a estar el resultado de las

sumas y las restas. Una alternativa para encontrar las soluciones es redondear los números que se ofrecen. Así, por ejemplo para 418 + 395 es posible considerar a 418 como 400 y a 395 como 300 (o como 400) y sumar 400 + 300 o bien 400 + 400. Con este procedimiento es suficiente para determinar que el resultado está entre 500 y 1000.

Un razonamiento similar puede hacerse para el caso de las restas. Por ejemplo, para 975 – 837 es posible considerar que como ambos números son muy próximos entonces el resultado va a ser un número cercano a cero, por lo que va a estar en la columna entre 0 y 500.

En los dos casos analizados es posible realizar una aproximación más ajustada, pero no es necesario dada la amplitud de los rangos que se plantean. Quisiéramos a continuación detenernos justamente en este aspecto: los intervalos que se ofrecen y también en la relación cálculo a resolver – rango que se propone.

Por ejemplo, consideremos la actividad anterior modificada de la siguiente manera:

	Menos de 900	Más de 900
418 + 395		
254 + 221		
845 + 435		
975 – 837		
1248 – 117		

Al ampliar los intervalos se requiere de una estimación menos exigente, alcanza con un tratamiento "muy general" de los números. A su vez, la reducción en la cantidad de intervalos también colabora en que toda la actividad sea más sencilla.

Ahora bien, esta modificación en los rangos simplifica la actividad porque se trata de estos cálculos en particular. Consideremos qué ocurre si en lugar de las sumas y restas propuestas se tratara de las siguientes:

	Menos de 900	Más de 900
498 + 395		
684 + 221		
1048 – 117		

En estos casos redondear en los cientos (o en los miles para la resta) no es suficiente porque los resultados están muy cercanos al límite de 900[8], es necesario entonces considerar más información de los números y eso vuelve ardua la estimación que se convierte casi en la ejecución del cálculo propuesto y no en la búsqueda de un resultado aproximado.
En síntesis, hasta aquí analizamos tres aspectos de esta actividad: los números que componen la operación, los rangos que se plantean y la relación entre ambos, como características de las propuestas sobre las que puede maniobrarse desde la enseñanza.

<u>Actividad 2:</u> Seleccionar un resultado entre varios que se ofrecen

Sin hacer la cuenta, seleccioná para cada caso el resultado correcto.

81 + 99	180	380	1180
131 + 999	930	1130	1530
3041 + 1009	3050	4050	6050
3508 – 1999	109	1509	3509
4786 - 209	1577	2577	4577

Se trata aquí de que los niños puedan determinar cuál es el resultado correcto a partir de redondear los números que aparecen en el cálculo. En este caso se incluyeron números que terminan en 9 o que tienen varios nueves, lo que permite llamar la atención sobre el efecto de redondear esos números en particular. Por ejemplo, para 81 + 99 se puede considerar que 99 es aproximadamente 100. El cálculo 81 + 100 es relativamente sencillo y permite determinar que debe elegirse de entre los ofrecidos, el número 180.

En rigor en esta actividad no se alcanza un resultado aproximado como en la actividad 1, se elige un resultado exacto. Sin embargo hay una estrategia de estimación al transformar la cuenta dada en otra más sencilla para poder operar mentalmente[9]. El resultado que se obtiene es aproximado porque se han cambiado los números en juego, sin embargo, el recurso permite desplegar la estrategia central de esta actividad: descartar los resultados que aparecen entonces como inverosímiles ya que 81 + 99 no puede ser 380 ni 1180 porque 81 + 100 –que es una cuenta con números muy cercanos a esos- da como resultado 181.

8 Una manera de pensar la resta entre 1048 y 117 es transformar ese cálculo redondeando en 1000 – 120, obteniendo 880. Como este resultado es muy cercano a 900 queda la duda de que si lo que se despreció para redondear no provocaría que el resultado exacto sume en realidad más que 900 y no menos como se obtuvo mentalmente. En definitiva, el resultado aproximado que se obtiene está tan cercano al límite entre un rango y otro que no permite determinar una respuesta de la que se pueda estar seguro.

<u>Actividad 3:</u> Calcular un resultado aproximado

Calculá aproximadamente el resultado de los siguientes cálculos. Comprobá luego con la calculadora.

2097 + 104 =
123 + 89 =
354 + 71 =
253 + 249 =
1203 – 208 =
458 – 103 =
638 – 99 =

Esta actividad ya no demanda que se seleccione un rango o que se elija una entre varias respuestas, sino que se produzcan ciertos resultados. Esta es una tarea más compleja que las anteriores, entre otros motivos porque requiere hacerse cargo del grado de aproximación que ese resultado va a tener respecto del cálculo exacto. Por ejemplo, para 123 + 89 es posible considerar 120 + 80 y ofrecer como respuesta 200, o bien desarrollar un procedimiento más ajustado y considerar a 123 + 89 como 120 + 90 o aún como 123 + 90. Para ambas sumas se puede pensar que 120 = 100 + 10 + 10 y entonces sumar 90 + 100 + 10 + 10.

Ahora bien, en todos los casos la estrategia central consiste en modificar el cálculo dado, que es un conocimiento puesto en juego ya en las actividades anteriores. Sin embargo, dependiendo de los números involucrados, es posible desarrollar distintos procedimientos. Por ejemplo, para 638 – 99 es posible y suficiente considerar al 99 como 100, mientras que en 253 + 249 resulta interesante modificar ambos números y sumar 250 + 250.

Digamos por último que los ejemplos propuestos hasta aquí pueden ubicarse entre el final del primer ciclo y los inicios del segundo. Sin embargo, no es necesario esperar hasta ese momento para dar comienzo a un trabajo de este tipo. Por el contrario, es importante abordar desde los primeros años de escolaridad algunas actividades que permitan a los niños iniciarse en el desarrollo de ciertas estrategias de estimación, como por ejemplo las siguientes:

9 En efecto, en realidad se sumó 81 + 100 = 181, que es un resultado cercano al que daría la suma original de 81 + 99.

Actividad 4: Decidir sobre el resultado de un cálculo en los primeros grados

a) Sin hacer las cuentas marcá con una cruz si cada afirmación es verdadera o falsa. Después comprobá con la calculadora.

	Verdadero	Falso
9 + 24 va a dar un resultado mayor que 30 50 +		
28 va a dar un resultado menor que 100 12 + 45		
va a dar un resultado menor que 50 83 – 75 va a		
dar un resultado mayor que 50		

b) Sin hacer la cuenta marcá con una cruz cuáles de estas sumas van a dar un resultado mayor que 100. Después comprobá con la calculadora.

	Va a dar más que 100
95 + 35 =	
53 + 12 =	
32 + 21 =	
63 + 54 =	
84 + 32 =	

Actividad 5: Completar un cálculo con ciertas condiciones en los primeros grados

Escribí un número de dos cifras para completar cada una de las sumas con la condición que aparece en el cuadro. Comprobá después con la calculadora.

Cálculo a completar	El resultado tiene que dar...
12 +	menos que 50
23 +	más que 50
85 +	menos que 100
31 + ...	más que 60
54 +	más que 100

4- Relaciones entre las estrategias de cálculo mental de sumas y restas y los algoritmos de cálculo más convencionales

En este documento hemos hecho foco en el trabajo con el cálculo mental para sumas y restas. Hemos señalado el interés de que los niños exploren, memoricen y empleen un conjunto de resultados de esas operaciones, mencionamos también la intención de que la enseñanza apunte a que esa colección de cálculos se expanda progresivamente y que, a la vez, el conocimiento de unos resultados permitan el acceso a otros cálculos.

En este apartado quisiéramos explicitar algunas relaciones entre el despliegue previsto para el trabajo con cálculo mental de sumas y restas y la construcción por parte de los niños de recursos más convencionales vinculados a los algoritmos de cálculo[10] más o menos usuales. Trataremos de responder a lo largo de todo el apartado a la pregunta de en qué sentido un desarrollo como el propuesto para el cálculo mental significa un recurso importante y necesario para el abordaje de los algoritmos de cálculo.

En el Diseño Curricular se propone que hacia finales de 1º año, los niños resuelvan algunas actividades de cálculos de suma y resta del tipo 34 + 27; 18 + 35; 43 – 18; 54 – 29; etc.

La intención es que para asumir esta tarea los alumnos puedan apoyarse en sus conocimientos sobre el sistema de numeración y en el repertorio de sumas y restas elaborado hasta el momento.

Apoyarse en sus conocimientos del sistema de numeración significa tanto poder apelar a descomposiciones aditivas para los números de dos cifras (Por ejemplo, poder comprender que un número como el 38 se puede "desarmar" en términos de 30 + 8, de 20 + 10 + 8, o de 10 + 10 + 10 + 8), como estar en condiciones de recurrir a ciertos conocimientos sobre el valor posicional (Por ejemplo, tener disponible que en el 74 el 7 representa un 70)[11].

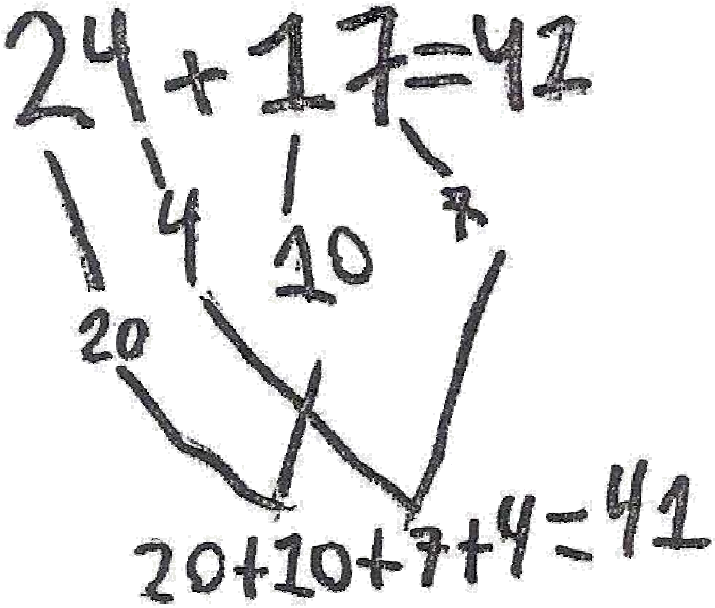
10 Entendemos por algoritmo a un conjunto preescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas. A partir de un estado inicial, los pasos sucesivos permiten llegar a un estado final descomponiendo un problema complejo en una sucesión de tareas menores. Al mencionar los algoritmos de cálculo nos estamos refiriendo a las cuentas convencionales que se enseñan en la escuela. Éstas permiten obtener un resultado a partir de una serie preestablecida de pasos que, a diferencia del cálculo mental, es independiente de los números en juego.
Utilizamos la expresión "más o menos usuales" para enfatizar el hecho de que es importante que los niños tengan oportunidades de analizar, poner en relación y utilizar distintos algoritmos de suma y resta como parte del trabajo tendiente a la utilización y comprensión del funcionamiento de los que son más difundidos socialmente.

A su vez, apoyarse en el repertorio de sumas y restas que han elaborado hasta el momento significa que los niños puedan ir a buscar a ese conjunto de cálculos alguno o varios que les permitan resolver el que deben enfrentar en ese momento, ya sea porque alguno de los cálculos estudiados y el que va resolverse son similares o bien porque el que debe resolverse puede transformarse en uno o varios de los que ya se saben. Sea como fuere, apoyarse en el repertorio de sumas y restas no implica solo tener disponible un conjunto de resultados y utilizarlos en una nueva situación, lo que ya es complejo, sino que además significa decidir cuál es el cálculo que ayuda y establecer cómo utilizarlo. Analizaremos estos aspectos a continuación a propósito de algunos procedimientos infantiles.

El repertorio como punto de apoyo en el trabajo hacia los algoritmos convencionales

Las siguientes producciones corresponden a niños que están finalizando 1º año y no conocen aún el algoritmo convencional de la suma ni de la resta.

11 Las propuestas de cálculo con dinero constituyen –entre otras varias- un tipo de actividad que ofrecen un contexto particularmente potente para favorecer estos conocimientos. Algunas de esas actividades son como las siguientes: Dada una cantidad de billetes determinar de qué cantidad de dinero se trata, pagar un importe de varias maneras, decidir si es verdad que con cierto conjunto de billetes se está pagando un monto dado, etc.

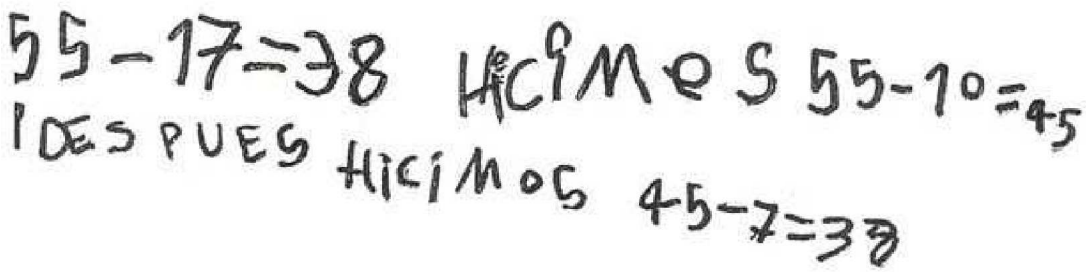


Producción A

En este caso aparecen descompuestos el 24 y el 17 como 20 + 4 y 10 + 7, respectivamente. Esa descomposición es conveniente solo si quien la realiza está en condiciones de resolver 20 + 10. Si la suma de estos números redondos no fue tratada previamente en clase, difícilmente un niño decida emplear este procedimiento. La parte del cálculo de 4 + 7 también es compleja y admite diversas resoluciones que descansan en el trabajo previo con el repertorio aditivo. Se aspira a que los niños puedan pensar la suma 4 + 7 como algunas de las siguientes alternativas:

a) 4 + 7 = *4* + *6* + 1 apelando a las sumas que dan 10
b) 4 + 7 = 1 + *3* + *7* apelando a las sumas que dan 10
c) 4 + 7 = *4* + *4* + 3 apelando a la suma de dígitos iguales

En el procedimiento que presentamos a continuación para la resta 55 – 17, aparece descompuesto solo el 17 como 10 y 7.



Producción B

Restar o sumar 10 a un número de dos cifras -uno de los recursos ya analizados en este documento- es una herramienta poderosa en manos de los niños y permite ejemplificar como ya mencionamos, la estrecha relación entre sistema de numeración y estrategias de cálculo.

Los autores no explicitan cómo resolvieron 45 – 7, cuestión que sí aparece desarrollada en esta otra producción:

Producción C

En este caso realizaron los siguientes pasos:

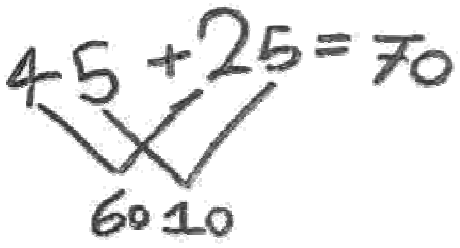
55 – 17 = 55 – 10 – 7
55 – 10 = 45
45 – 2 = 43
43 – 5 = 38

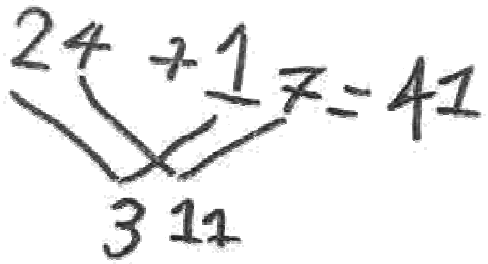
Una cuestión interesante de este procedimiento es la manera de restarle 7 a 45. Primero le sacaron 2 y luego 5, aunque no hayan escrito en ningún momento que estaban descomponiendo el 7[12].

Aquello que se escribe o se omite y cómo se escribe es una cuestión sobre la cual vale la pena detenerse. En muchos casos las escrituras detallan el procedimiento empleado señalando no solo las descomposiciones y transformaciones realizadas, sino que también dan pistas del orden en el que éstas fueron hechas. En esos casos la escritura de los cálculos es casi un "relato" del procedimiento empleado. Tal es el caso de la producción A y de la producción C.

En otras oportunidades, los niños escriben fragmentos de información, aquello que necesitan para poder avanzar. En algunos casos lo que queda escrito de los procedimientos empleados parece incompleto o erróneo para un lector ajeno a esos razonamientos. Sin embargo, los productores de esos cálculos tienen absoluto control de los números que están manejando. Tomemos por ejemplo, estas dos resoluciones:

12 Hubiera sido interesante también restar primero 5 a 45 y obtener 40 y luego restar los 2 que faltan y obtener 38.



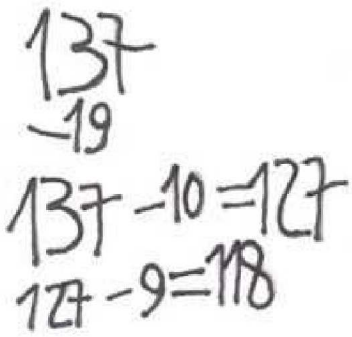


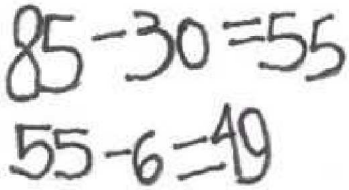
Producción D

Las sumas 45 + 25 y 24 + 17 no dan como resultado 6010 y 311 respectivamente. Aunque 6010 pudiera interpretarse como la yuxtaposición de 60 y 10, la suma de 20 + 10 (de 24 + 17) no da 3 (del 311). Sin embargo, estas escrituras no le hacen perder de vista a los niños los números con los que están tratando, sino que por el contrario ellos parecen disponer de recursos de control sobre las operaciones que realizan. Recursos que posiblemente estén asociados a algunos conocimientos de cálculo mental que les permiten establecer que la suma de un número del orden de los veinte con otro del orden de los dieces no pude dar nunca un resultado en el rango de los trescientos.
La posibilidad de controlar tanto los pasos intermedios como los resultados obtenidos es uno de los puntos de contacto entre cálculo mental y algoritmos convencionales.

<u>El repertorio como punto de apoyo en el trabajo con los algoritmos convencionales</u>

Las siguientes producciones corresponden a niños de 2º año que, o bien ya conocen el algoritmo convencional de la suma y de la resta, o bien están en proceso de aprenderlo.





Producción E

En este caso se trata de un niño que está aprendiendo la resta convencional, en el marco de una clase en la que la maestra le propone que resuelva esas cuentas convencionales "como pueda." Es posible observar que los números tienen la disposición del algoritmo, pero la resolución de los pasos intermedios - que nunca figuran del todo escritos en la cuenta vertical- aquí están explicitados. El procedimiento seguido en esos pasos intermedios se corresponde con estrategias de cálculo mental. Por ejemplo, restar 10 a un número de dos cifras (es el caso de 137 – 10) y restar un número redondo a otro de dos cifras (es el caso de 85 – 30). Más allá de la estrategia puntual, lo que interesa señalar es que los conocimientos de cálculo mental permiten al autor de esta producción cargar de sentido al cálculo que está realizando, alentado por una situación de enseñanza que impulsa el establecimiento de estas relaciones.

Algo similar referido a la posibilidad de otorgar sentido al procedimiento empleado aparece en esta producción. Esta resolución pertenece a una niña que evidentemente ya conoce el algoritmo convencional. Es interesante notar que la descomposición del 85 en términos de dieces le permite componer el 15 para restar 15 – 6 y luego tratar la resta de 7 – 3 en términos de 70 – 30, es decir, manteniendo el valor de posición.

En suma, la posibilidad de cargar de significado y por lo tanto estar en condiciones de comprender el funcionamiento de los algoritmos convencionales es otro de los puntos de contacto entre éstos y el cálculo mental, que evidentemente está asociado al control que es posible establecer sobre ellos, como ya hemos mencionado.

En este apartado hemos tratado de mostrar en qué medida el trabajo con cálculo mental con sumas y restas alimenta el abordaje de los algoritmos de esas operaciones. Como ése era nuestro objetivo, hemos puesto el énfasis en la relación desde el cálculo mental hacia los algoritmos. Sin embrago, nos parece importante aclarar que no estamos pensando esta relación en un sentido unidireccional donde el cálculo mental está al servicio de los algoritmos y es abandonado en el momento en que los niños ya pueden realizar cuentas convencionales.

La inclusión del cálculo mental (no solo el referido a sumas y restas, pero también él) se justifica en razones que son mucho más amplias que el

territorio de los algoritmos. Algunas de estas razones están asociadas a las posibilidades de profundizar en el estudio del sistema de numeración, de explorar las propiedades de las operaciones, de establecer relaciones entre cálculos, etc. A su vez, disponer de los algoritmos también enriquece el trabajo con cálculo mental. Por ejemplo, realizar un conjunto de divisiones cuyos divisores son unidades seguidas de ceros permite encontrar cierta regularidad que, al analizarla, ofrece a quien la estudia la posibilidad de calcular cociente y resto mentalmente y ya no empleando la división. Es decir, que poder utilizar eficientemente los algoritmos, permite analizar cuestiones vinculadas al cálculo mental.

Por último, digamos que la relación entre repertorio aditivo, estrategias de cálculo mental y algoritmos no es evidente para los niños. En muchas oportunidades alumnos que tienen disponibles diversos recursos de cálculo mental no los ponen en juego en el momento de realizar cálculos convencionales. Es necesario entonces que el docente explicite esta relación que sin duda está clara desde el punto de vista de la enseñanza, pero no necesariamente desde el punto de vista de quien aprende.

5- Bibliografía

- Dirección General de Cultura y Educación. Provincia de Buenos Aires. (2008): Diseño Curricular para la Educación Primaria. Disponible en:http://abc.gov.ar/lainstitucion/organismos/consejogeneral/disenioscu rriculares/default.cfm
- Dirección General de Educación Básica. Provincia de Buenos Aires. (2007): "Matemática Nº 2 Numeración. Propuestas para alumnos de 3º y 4º año. Material para el docente y para el alumno. Disponible en:http://abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/default.cf m
- Dirección General de Educación Básica. Provincia de Buenos Aires (2007): "Matemática Nº 3 Operaciones con números naturales (1º parte). Propuestas para alumnos de 3º y 4º año. Material para el alumno y para el docente. Disponible en: http://abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/default.cfm
- Broitman, C. (2005): *Estrategias de cálculo con números naturales*. Segundo ciclo EGB. Buenos Aires. Santillana.
- Broitman, C. (1999): *Las operaciones en el primer ciclo*. Buenos Aires. Editorial Novedades Educativas.
- Itzcovich, H. (coord.) (2007): *La Matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula.* Buenos Aires. Aique.
- Parra, C. (1994): Cálculo mental en la Escuela Primaria. En Parra, C. y Sáiz, I (comp.) En: *Didáctica de matemáticas, Aportes y Reflexiones.* Buenos Aires. Paidós.
- Parra C. y Saiz, I. (2007): *Enseñar aritmética a los más chicos. De la exploración al dominio*. Buenos Aires. Homo Sapiens Ediciones.

Capítulo 2.

- Ponce, H. y Wolman S. (2009): "Matemática y Lenguaje. El caso de las relación numeración oral – numeración escrita. Distintas miradas teóricas ¿sobre un mismo objeto?" Ponencia presentada en el II Congreso Internacional Educación, Lenguaje y Sociedad. Facultad de Ciencias Humanas. Universidad Nacional de La Pampa. Argentina.

- Wolman, S. (1999): "Algoritmos de suma y resta: ¿Por qué favorecer desde la escuela los procedimientos infantiles?" En: Revista del IICE Nº 14 Año 8. Universidad de Buenos Aires.

- Dirección General de Cultura y Educación. Provincia de Buenos Aires. (2009): Cálculo mental y algorítmico. Mejorar los aprendizajes. Disponible en: http://abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/default.cfm
- Sadovsky, P; Ponce, H. y Quaranta, M. (2006): Cálculo mental con números naturales. Apuntes para la enseñanza. Buenos Aires. GCBA. Dirección de Currícula. Disponible en: http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/pluri_mate.php?menu_id=20709